

## Gabarito para a prova de 2º e 3º Anos

1. Tomando nosso sistema de referências com o sentido positivo apontando para baixo, a força total que atua no  $i$ -ésimo corpo de densidade  $\rho_i$  é:

$$F_T = P - E - F_v = \rho_i V g - \rho_a V g - b v_i$$

Onde  $\rho_a$  = densidade da água,  $V$  é o volume da esfera e  $P, E$  e  $F_v$  são, respectivamente os módulos da força peso, empuxo e da força de viscosidade. Note que para  $F_v$  tomamos o sinal negativo, indicando que ela atua sempre no sentido oposto ao do movimento.

Quando a velocidade se torna constante,  $F_T = 0$ , o que nos leva a:

$$v_i = \frac{(\rho_i - \rho_a) V g}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_1 - \rho_a}{\rho_2 - \rho_a} \quad (1)$$

Por outro lado,  $L = v_i t_i \Rightarrow v_i = \frac{L}{t_i} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = 2$ . (2)

Assim, usando (1) e (2) obtemos

$$\frac{\rho_1 - \rho_a}{\rho_2 - \rho_a} = 2 \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \frac{\rho_1 + \rho_a}{2} = \frac{1,1 \rho_a + \rho_a}{2}$$
$$\rho_2 = 1,05 \rho_a$$

2. Sejam  $m_{ob}$  e  $m_a$  as massas do objeto e da água contida nos recipientes. Como os volumes são o mesmo, ou seja,  $V_{ob} = V_a = V$  e  $m_a = 2m_{ob}$ , resulta que, sendo a densidade dada por  $\rho = \frac{m}{V}$ , obtemos

$$\rho_{ob} = \frac{\rho_a}{2} \quad (1)$$

a) Utilizando o sistema de referência da questão anterior, observamos que a força sofrida pelo objeto quando está completamente submerso na água será:

$$F_T = P - E = m_{ob} g - E$$

Como  $E = \rho_a V g$

$$F_T = \rho_{ob} V g - \rho_a V g = (\rho_{ob} - \rho_a) V g$$

Usando (1) obtemos:  $F_T = -\frac{\rho_a}{2} V g$

O sinal negativo indica que o objeto sofrerá uma força para cima e, portanto, não afundará.

O objeto desloca-se em direção à superfície e no equilíbrio devemos ter:

$$F_T = P - E' = \rho_{ob} V g - \rho_a V_d g = 0$$

onde  $V_d$  é o volume deslocado de água (que é o mesmo do volume da parte submersa do objeto).

Da equação acima obtemos  $V_d = \frac{\rho_{ob}}{\rho_a} V$

Usando (1) obtemos  $V_d = \frac{V}{2}$

Isto significa que o objeto flutuará ficando com metade de seu volume submerso

b) Da equação (1) teremos  $\rho_{ob} = \frac{\rho_a}{2} = 0,5 \text{ g/cm}^3$

---

**3.** Podemos afirmar que a energia inicial do corpo será igual a energia final mais o trabalho da força de atrito sobre o corpo em que a distância total percorrida pelo corpo no plano com atrito é  $2d$ . Observe que, considerando-se os momentos inicial e final do experimento, a mola não acrescenta ou retira energia total do corpo. Note que se o corpo perde energia cinética durante a compressão da mola, essa mesma energia é devolvida a ele quando a mola é distendida. Então:

$$E_{inicial} = E_{final} + \mathfrak{T}$$

$$mgH = mgh + 2fd$$

$$mgH = mgh + 2\mu Nd$$

$$mgH = mgh + 2\mu mgd$$

$$h = H - 2\mu d$$

---

**4.** As forças que atuam no sistema são internas (garoto-carrinho), existe conservação da quantidade de movimento:

$$\vec{q}_{antes} = \vec{q}_{depois}$$

$$(m_g + m_c) v_{antes} = m_g v_g + m_c v_c$$

$$(50 + 5,0) \times 3,0 = 50 \times 1 + 5,0 \times v_c$$

$$165 - 50 = 5,0 v_c$$

$$v_c = 23 \text{ m/s}, \text{ no mesmo sentido inicial.}$$

---

**5.** A mudança de direção no movimento das partículas foi conseqüência da ação de um impulso, que é igual à variação da quantidade de movimento da partícula, isto é:

$$\vec{I} = \vec{q}_{final} - \vec{q}_{inicial}$$

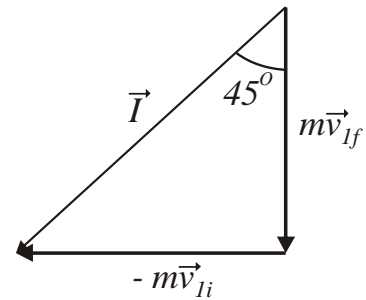
Considerando inicialmente a primeira partícula, teremos

$$\vec{I} = m \vec{v}_{1f} - m \vec{v}_{1i}, \text{ onde } |\vec{v}_{1f}| = |\vec{v}_{1i}| = v$$

Como suas velocidades inicial e final são perpendiculares entre si, o módulo do impulso será:

$$I = (mv)^2 + (mv)^2 = \sqrt{2}.mv$$

Sendo os módulos das velocidades inicial e final iguais, o impulso forma um ângulo de  $45^\circ$  com essas quantidades, como mostra a figura.



Este mesmo impulso atuará sobre a segunda partícula. A quantidade de movimento final desta partícula será a soma da quantidade de movimento inicial mais o impulso recebido, ou seja,

$$\vec{I} = m_2 \vec{v}_f - m_2 \vec{v}_{2i} \quad \Rightarrow \quad m_2 \vec{v}_f = \vec{I} + m_2 \vec{v}_{2i}$$

Porém, trata-se de uma soma vetorial conforme mostra o diagrama vetorial abaixo. De acordo com o teorema dos cossenos:

$$|m_2 \vec{v}_f|^2 = \sqrt{|m_2 \vec{v}_{2i}|^2 + |\vec{I}|^2 + 2|m_2 \vec{v}_{2i}| |\vec{I}| \cos \theta}$$

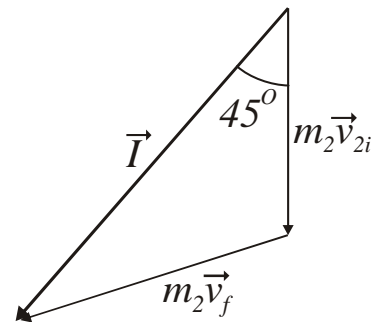
Sabendo-se que  $m_2 = 2m$  e  $|\vec{v}_{2i}| = \frac{v}{2}$

$$2mv_f = \sqrt{(mv)^2 + (\sqrt{2}mv)^2 + 2mv\sqrt{2}mv \cos 45^\circ}$$

$$2m^2 v_f^2 = \sqrt{m^2 v^2 + 2m^2 v^2 + 2m^2 v^2}$$

$$4m^2 v_f^2 = 5m^2 v^2$$

$$v_f = \frac{\sqrt{5}}{2} v$$



6. O desnível entre a base da plataforma e sua parte superior é:  $h = 10 \text{ sen} 30^\circ = 5 \text{ m}$ .

O trabalho realizado pela força de atrito será a diferença entre a energia mecânica final e a energia mecânica inicial:

$$\mathfrak{T} = E_f - E_i$$

O trabalho da força de atrito é:  $\mathfrak{T} = f d$ . Então:

$$f d = \frac{mv^2}{2} - mgh$$

$$f \cdot 10 = \frac{2,0 \times 6,0^2}{2} - 2,0 \times 10 \times 5$$

$$|f| = 6,4 \text{ N}$$

7. No momento da explosão a quantidade de movimento se conserva:

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

A quantidade de movimento antes é a da massa do projétil inteiro com velocidade  $v_o$ . Observe que no ponto mais alto da trajetória a componente vertical da velocidade é nula, de modo que sua velocidade é a sua componente horizontal  $v_o$ . Desta forma:

$$Q_{antes} = m v_o$$

A quantidade de movimento depois é a soma das quantidades de movimentos dos dois fragmentos iguais. Considerando positivo o sentido do projétil que se afasta do canhão, temos:

$$Q_{depois} = \frac{m}{2} v - \frac{m}{2} v_o$$

Igualando as duas equações:

$$m v_o = \frac{m}{2} v - \frac{m}{2} v_o$$

$$v = 3v_o$$

O projétil percorreu 100 m até atingir a altura máxima. Ele levou um tempo:

$$t = \frac{100}{v_o}$$

Este será o mesmo tempo para os fragmentos dos projéteis caírem no solo. Mas como os pedaços dos projéteis estão a 100 m deles, o projétil que se afasta:

$$d_{afasta} = 100 + v.t$$

Substituindo os valores:

$$d_{afasta} = 100 + 3v_o \frac{100}{v_o}$$

$$d_{afasta} = 100 + 300 = 400 \text{ m}$$

O outro fragmento cairá sobre o canhão, porque ele possui a mesma velocidade que o projétil possuía antes da explosão (o tempo de queda não é alterado pela massa!).

Os fragmentos caem a uma distância horizontal de 400 m.

---

8. Como a velocidade da luz é extremamente alta, sob o ponto de vista prático a correção será insignificante se considerar sua propagação como instantânea. Assim, podemos considerar que o som percorre a distância de 2040 m em 6 segundos. A velocidade do som será então igual a  $v_s = \frac{2040}{6} = 340 \text{ m/s}$  e a velocidade do projétil será  $v_p = \frac{2040}{10} = 204 \text{ m/s}$ .

a) Ao ser disparado do avião, cuja velocidade em relação ao solo é  $v_a = 306 \text{ m/s}$ , o projétil adquire a velocidade  $v = v_a + v_p = 510 \text{ m/s}$ . Assim, o projétil atinge o alvo, a 5100 m de distância, em 10 segundos. A velocidade do som independe da velocidade da fonte (depende do meio, no caso o ar), de modo que ela permanece constante em  $v_s = 340 \text{ m/s}$ . Assim o som chega ao alvo em  $\Delta t = \frac{5100}{340} = 15 \text{ s}$ , ou seja, 5 segundos *depois* do projétil atingir o alvo.

b) Sejam respectivamente  $t_i$  e  $s_i$  o instante e a distância do avião ao alvo quando é efetuado o  $i$ -ésimo disparo. Como  $\frac{s_i}{v_s}$  é o tempo necessário para o som percorrer a distância  $s_i$ , logo o instante de sua chegada ao alvo será:  $t'_i = t_i + \frac{s_i}{v_s}$ .

No instante  $t_{i+1} = t_i + T$ , onde  $T = 1 \text{ s}$  é o intervalo de tempo entre disparos sucessivos, é efetuado o disparo seguinte. Neste instante a distância do avião ao alvo não é a mesma, sendo dada por  $s_{i+1} = s_i - v_a T$

O som chega, portanto, ao alvo no instante:  $t'_{i+1} = t_i + T + \frac{s_i - v_a T}{v_s}$ .

Assim o intervalo de tempo entre dois disparos sucessivos em que o som é recebido no detector é:

$$\Delta t = t'_{i+1} - t_i = \left(1 - \frac{v_a}{v_s}\right) T = 0,1 \text{ s}.$$

Logo o som chega ao alvo em intervalos de 0,1 s.

*Obs: este é um exemplo de efeito Doppler, onde a fonte se move e o detector fica em repouso. Quando a fonte e o detector estão em posições fixas, os pulsos sonoros de cada disparo serão recebidos a intervalos de tempo iguais a  $T = 1 \text{ s}$ , ou seja, com frequência  $\nu = 1 \text{ s}^{-1}$ . Para uma fonte móvel e detector em repouso, a frequência observada será:  $\nu' = \nu \frac{v_s}{v_s - v_a} = 10 \nu$ . Assim*

$$\Delta t = \frac{1}{\nu'} = 0,1 \text{ s}$$

**9. Bloco 1:** Em um MHS o ponto onde a energia cinética é máxima é justamente o ponto de equilíbrio  $x = 0$ . Neste instante a mola não está deformada e deste modo, a partir deste ponto ela não exerce nenhuma força sobre o bloco 1 e este passa a se mover com MRU.

A velocidade em um MHS é dada por:  $v_1 = \omega_1 A_1 \cos(\omega_1 t + \phi)$ ,

de modo que a velocidade máxima (pois a energia cinética é máxima) será:  $v_1 = \omega_1 A_1$

Como  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{0,04}} = 50 \text{ rad/s}$ , o bloco irá se mover, a partir de  $t = 0$  com velocidade

constante  $v_1 = 250 \text{ cm/s}$  e a equação de movimento será:

$$x_1(t) = v_1 t = 250t, \text{ onde } x \text{ está em centímetros e } t \text{ em segundos.}$$

**Bloco 2:** Em  $t = 0$  o bloco se encontra no ponto  $O_2$  onde a energia potencial  $E_p$  é máxima, o que implica que ele se encontra numa das extremidades de oscilação. Ao atingir  $x_0$  sua energia cinética  $E_c$  é máxima, a partir do qual passa a se movimentar em MRU com velocidade constante  $v_2$ .

Pela conservação de energia  $(E_c)_{\max} = (E_p)_{\max} = 0,5 \text{ J}$

Como  $(E_c)_{\max} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ , obtemos

$$v_2 = 2 \text{ m/s} = 200 \text{ cm/s}.$$

Contudo, a velocidade do bloco entre os pontos  $O_2$  e  $x_0$  não é constante, pois o bloco ainda está preso à mola. Contudo o tempo de percurso entre esses pontos é de um quarto do período de oscilação, ou seja:  $\Delta t_2 = \frac{T_2}{4}$

$$\text{Como } T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \text{ e } \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20 \text{ rad/s}.$$

$$\text{Obtemos } \Delta t_2 = 0,08 \text{ s}$$

A equação de movimento do bloco 2, para  $t \geq \Delta t_2^*$ , será dada por:

$$x_2(t) = x_0 - v_2(t - \Delta t_2) = 100 - 200(t - 0,08)$$

Os dois blocos irão se encontrar no instante  $t_e$ , isto é, quando  $x_1(t_e) = x_2(t_e)$ :

$$250t_e = 100 - 200(t_e - 0,08)$$

Logo, o instante do encontro será:

$$t_e = \frac{116}{450} = 0,258 \text{ s}$$

Usando  $x_1(t_e) = v_1 t_e = 250t_e$ , teremos que o ponto de encontro será em:

$$x_e = 64,4 \text{ cm}$$

\* *Obs: Não é necessário escrever a equação para  $t \leq \Delta t_2$ , pois o bloco 1 levaria pelo menos*

$$\frac{x_0}{v_1} = 0,4 \text{ s} \geq \Delta t_2 \text{ para chegar ao ponto } x_0.$$

10. Da equação  $Q = mc(T - T_0)$ , tem-se que  $T - T_0 = \frac{1}{mc} Q$ .

A temperatura do corpo, portanto, varia linearmente com a quantidade de calor nele injetado.

Do coeficiente angular da reta mostrada na figura 6 da prova obtemos:

$$\frac{1}{mc} = \frac{\Delta T}{\Delta Q} = \frac{100 - 20}{(200 - 40) \times 10^3} = 5 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}/\text{J}$$

$$\text{Como } c = 1000 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad m = 2 \text{ kg}$$

Sendo a densidade igual a  $\rho = \frac{m}{V}$ , o volume à  $20^\circ\text{C}$  será:

$$V(20) = \frac{m}{\rho} = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 800 \text{ cm}^3$$

Sendo a equação que expressa a dilatação volumétrica dada por

$$V(T) = V(T_0) [1 + 3\alpha(T - T_0)]$$

Teremos à  $120^\circ\text{C}$

$$V(120) = V(20) [1 + 3 \times 10^{-5} (120 - 20)]$$

$$V(120) = 802,4 \text{ cm}^3$$

11. Seja  $\Delta W$  o trabalho realizado pela máquina durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . A potência da

máquina será:  $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta W = P \Delta t$

Se  $\Delta Q_H$  é a quantidade de calor introduzida na máquina, sua eficiência será:  $e = \frac{\Delta W}{\Delta Q_H}$ .

$$\text{Logo} \quad \Delta Q_H = \frac{P \Delta t}{e}.$$

$$\text{Como } L_c \text{ é o calor de combustão, logo: } \Delta Q_H = mL_c \quad \Rightarrow \quad m = \frac{P \Delta t}{e L_c}.$$

A densidade da gasolina é dada por  $\rho = \frac{m}{V}$

Assim, o volume de gasolina queimada durante o tempo  $\Delta t$  será:

$$V = \frac{P \Delta t}{e L_c \rho}$$

Usando  $e = 0,25 = \frac{1}{4}$ ,  $\rho = 0,75 \text{ kg}/\ell = \frac{3}{4} \text{ kg}/\ell$ ,  $P = 100 \times 10^3 \text{ W}$  e  $\Delta t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ , obtém-se:

$$V = \frac{4 \times 4 \times 100 \times 10^3 \times 3600}{3 \times 5 \times 10^7}$$

$$V = 38,4 \text{ } \ell$$

**12.** De acordo com o enunciado a imagem é projetada na tela e isto só é possível se a imagem é real. Como a lente é colocada entre o objeto e a tela, teremos então  $p$  e  $q$  positivos.

Sabemos que:  $\frac{H_i}{H_o} = -\frac{q}{p}$  (logo a imagem é real e invertida)

Então para a primeira lente:  $\frac{-9H_o}{H_o} = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow q_1 = 9p_1$

Para a segunda lente:  $\frac{-3H_o}{H_o} = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow q_2 = 3p_2$

Por outro lado, como as distâncias da lente ao objeto e da lente à tela permanecem fixas, teremos:

$$p_1 + q_1 = p_2 + q_2$$

Resulta em:

$$p_1 + 9p_1 = p_2 + 3p_2 \Rightarrow p_2 = 2,5p_1$$

Usando a equação das lentes:

Para a primeira lente:  $\frac{1}{12} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{9p_1}$

Obtemos:  $p_1 = \frac{40}{3} \text{ cm}$

Mas  $p_2 = 2,5p_1 = 2,5 \frac{40}{3} = \frac{100}{3} \text{ cm}$

E  $q_2 = 3p_2 = 3 \frac{100}{3} = 100 \text{ cm}$

Para a segunda lente:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{\frac{100}{3}} + \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{3}{100} + \frac{1}{100} = \frac{4}{100}$$

$$f_2 = 25 \text{ cm}$$

**13.** O índice de refração da lente é  $n = 1,5$  e, como a lente é biconvexa, seus raios de curvatura serão positivos, com  $R_1 = R_2 = R$ .

De acordo com a equação dos fabricantes de lentes

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5-1) \left( \frac{2}{R} \right)$$

obtemos  $f = R = 40 + vt$

Assim, no instante  $t = 0$  a distância focal da lente será  $f = 40 \text{ cm}$ . Como, neste instante,  $p > f$  (pois  $p = 50 \text{ cm}$ ), a imagem será real e invertida\*.



De acordo com o enunciado, o sentido da imagem é invertido a partir de  $t = 20$  s. Isto implica que nesse instante  $f = p$ , ou seja,

$$50 = 40 + 20v.$$

Obtemos então:  $v = 0,5 \text{ cm/s}$

\*Obs: Esta afirmação pode ser comprovada a partir da seguinte análise:

Da equação das lentes:  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow q = \frac{pf}{p-f} \quad (1)$

Observe que se  $p > f$  teremos  $q > 0$  o que indica que a imagem é real

Por outro lado o aumento é dado por  $M = -\frac{q}{p}$ .

Usando (1), obtemos  $M = \frac{f}{f-p}$

Se  $p > f$   $M < 0$  a imagem é invertida

Se  $p < f$   $M > 0$  a imagem é direita

14. Cada "ramo" é constituído por  $N_s$  resistores associados em série, de modo que a resistência equivalente do  $i$ -ésimo ramo é igual a:  $R_i^s = \sum_{j=1}^{N_s} R_j$ .

Se este ramo é submetido a uma tensão  $V$ , a potência nele dissipada será:  $P_i^s = \frac{V^2}{R_i^s} \quad (1)$

Para uma associação em paralelo com  $N_p$  ramos submetidos à tensão  $V$ , a potência dissipada será:

$P^p = \frac{V^2}{R_p}$ , onde  $R_p$  é a resistência equivalente desta associação.

Como  $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^{N_p} \frac{1}{R_i^s}$ ,

a potência total  $P_T$  dissipada no circuito será  $P_T = P^p = V^2 \left( \sum_{i=1}^{N_p} \frac{1}{R_i^s} \right) = \sum_{i=1}^{N_p} \frac{V^2}{R_i^s}$

Usando (1), obtemos:  $P_T = \sum_{i=1}^{N_p} P_i^s \quad (2)$

Na situação inicial, onde todas as lâmpadas são iguais com mesma resistência  $R_0$ , cada "ramo" terá resistência equivalente  $R_i^s = 10R_0$ . A potência dissipada em cada ramo será  $P_i^s = \frac{V^2}{10R_0}$

De (2) obtemos a potência total para as  $N_p = 10$  associações em paralelo:

$$P_T = \frac{V^2}{R_0} = P_0 \quad (3)$$

As novas lâmpadas tem potência 4 vezes maior que as originais. Isto implica que

$$\frac{V^2}{R_{nova}} = 4 \frac{V^2}{R_0} \quad \Rightarrow \quad R_{nova} = \frac{R_0}{4}$$

**a)** A resistência de cada ramo, quando é substituída uma lâmpada apenas, será:

$$R_i^s = 9R_0 + \frac{R_0}{4} = \frac{37}{4}R_0$$

de maneira que a potência nele dissipada será:  $P_i^s = \frac{4 V^2}{37 R_0}$

Como essa troca é feita igualmente em todos os ramos, então, usando (2) a potência total dissipada será:

$$P_T = 10P_i^s = \frac{40 V^2}{37 R_0} \quad \Rightarrow \quad P_T = \frac{40}{37} P_0$$

**b)** Substituindo todas as lâmpadas de um único ramo pelas novas, sua resistência equivalente será:

$$R_1^s = 10 \frac{R_0}{4}$$

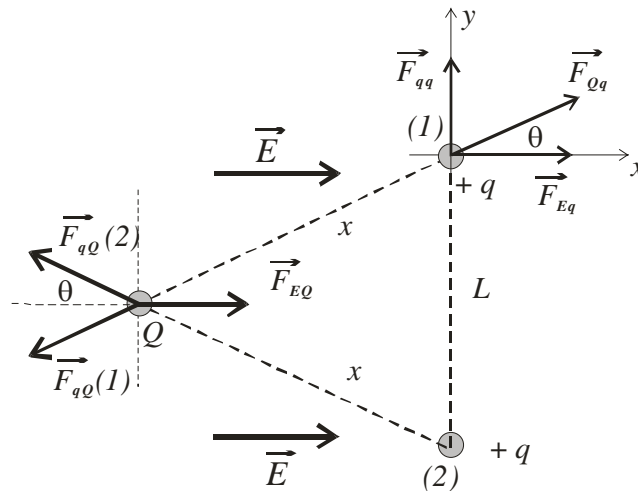
e a potência nele dissipada será

$$P_1^s = \frac{4 V^2}{10 R_0}$$

Assim a potência total será:

$$P_T = \frac{9 V^2}{10 R_0} + \frac{4 V^2}{10 R_0} = \frac{13 V^2}{10 R_0} \quad \Rightarrow \quad P_T = \frac{13}{10} P_0$$

15.



a) Analisando as forças na carga  $+q$  superior da figura (carga 1), teremos que a força total sobre ela será:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{qq} + \vec{F}_{Qq} + \vec{F}_{Eq}$$

Se  $|\vec{F}_{Qq}| = F_{Qq} = \frac{KQq}{x^2}$  e  $|\vec{F}_{qq}| = F_{qq} = \frac{Kq^2}{L^2}$ , então

Se esta carga está em equilíbrio, então  $\vec{F}_T = 0$ . Logo

$$\vec{F}_T = (qE + F_{Qq} \cos \theta)\vec{i} + (F_{qq} + F_{Qq} \sin \theta)\vec{j} = 0$$

Obtemos então:

$$F_{Qq} \cos \theta = -qE \quad (1) \quad \text{e} \quad F_{Qq} \sin \theta = -F_{qq} \quad (2)$$

Dividindo (2) por (1):  $\tan \theta = \frac{Kq^2}{L^2 qE} = \frac{Kq}{L^2 E} \quad (3)$

Analisando as forças na carga  $Q$ :

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{qQ(1)} + \vec{F}_{qQ(2)} + \vec{F}_{EQ}$$

$$F_{qQ(1)} = F_{qQ(2)} = \frac{KqQ}{x^2} \quad \text{e} \quad F_{EQ} = QE \quad (4)$$

Como esta carga se encontra em equilíbrio, então:

$$\vec{F}_T = (F_{EQ} - 2F_{qQ} \cos \theta)\vec{i} = 0$$

$$F_{EQ} = 2F_{qQ} \cos \theta$$

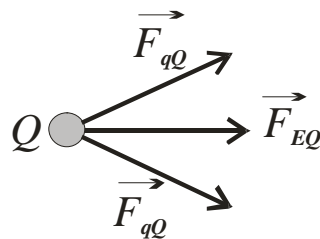
Usando (1) e (4) obtém-se  $Q = -2q$

b) De (3)  $\tan \theta = \frac{Kq}{L^2 E} = \frac{9 \times 10^9 \times \sqrt{3} \times 10^{-7}}{3^2 \times 100} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$

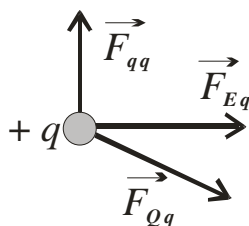
$$\text{sen}\theta = \frac{L}{2x} \Rightarrow x = \frac{L}{2\text{sen}\theta} \Rightarrow x = L = 3\text{ m}$$

c) O sistema fica em equilíbrio se a resultante das forças sobre *todas* as cargas se anula. O sistema da figura 7b do enunciado não pode ficar em equilíbrio:

- Se  $Q > 0$  não há possibilidade da soma das forças sobre ela se anular. Observe que as forças de cada carga  $+q$  sobre  $Q$  ( $\vec{F}_{qQ}$ ) seriam repulsivas e a soma vetorial de ambas as forças apontaria para a direita (veja figura abaixo). Por outro lado a força de  $\vec{E}$  sobre  $Q$  ( $\vec{F}_{EQ}$ ) também apontaria para a direita e desta forma a força resultante total não se anula (*note que a soma de dois vetores pode ser nula somente se eles são colineares e aponta em sentidos opostos*). Podemos mostrar, de maneira análoga, que a força resultante sobre cada carga  $+q$  também não pode se anular.



- Se  $Q < 0$  não há possibilidade da soma das forças se anular em qualquer uma das cargas. Tomemos, por exemplo, a carga  $+q$  superior. A força de devido à carga  $Q$  ( $\vec{F}_{Qq}$ ) é atrativa e, portanto aponta para esta carga (veja figura abaixo). A força devido a outra carga  $+q$  ( $\vec{F}_{qq}$ ) é repulsiva e aponta para cima, enquanto que a força de  $\vec{E}$  sobre  $+q$  ( $\vec{F}_{Eq}$ ) tem a mesma direção e sentido do campo. Uma rápida inspeção da figura abaixo mostra que não há possibilidade da soma vetorial das forças se anular.



16. A energia potencial eletrostática do sistema é a soma das energias potenciais, considerando os possíveis pares de cargas formados com as quatro cargas dispostas no quadrado de aresta  $d$ . São identificáveis 4 pares de cargas separadas por uma distância  $d$  e 2 pares cuja distância é a diagonal do quadrado. Portanto:

$$E_p = 4 \frac{Kq^2}{d} + 2 \frac{Kq^2}{\sqrt{d^2 + d^2}} = (4 + \sqrt{2}) \frac{Kq^2}{d}$$